

5. 産業競争力優位性の分析結果

序論でも述べたように、国の競争力向上にはまず、確固たる地域の競争力が前提となる。よって、本章では地域ベースで産業競争力の優位性を各種統計データを用いて分析し、競争優位にある地域の特徴、優位性の要因となるものを明確にすることを目的とする。

本調査では、時系列解析及び横断解析の2つの側面からのアプローチで解析を行った。横断解析とは、時系列解析と対比させるための名称であるが、具体的には、日本におけるクラスターを選定し、前節で列挙した指標を元に、それらの関わりを一定年度のデータ(最新年度のデータを利用)を元に解析し、個々のクラスターの特徴をつかんだ。また時系列解析では、横断解析の結果を元に、日本における5つのクラスターを選択し、それぞれについて時系列データを利用して成長のメカニズムを解析し、モデル化した。

すなわち、解析の流れは次のようなものである。クラスターの発展のメカニズムを知るためには、クラスターを取り上げて、その範囲内における時系列データを解析し、どのようなメカニズムで発展を遂げたのか、あるいは遂げていないのかを評価する必要がある。しかし、ではどのクラスターを取り上げて時系列データを解析するのかを考えた場合、やはり取り上げるクラスターの特徴を捉えておく必要がある。その個々の特徴をつかむために横断解析を行うのである。

以下に具体的に説明していく。

5.1 横断分析の結果

まず、国内のクラスターとしての地域経済の特徴をつかむために行った、主成分分析の結果を示す。因子負荷量は表4のようになった。

表4 主成分分析の結果

変数名	主成分1	主成分2	主成分3
大学卒業者数	0.944	-0.103	-0.222
労働力人口	0.972	-0.151	-0.096
大学進学率	0.417	0.488	0.291
完全失業者	0.958	-0.216	-0.08
財政歳出	0.97	-0.161	-0.028
インキュベーターの数	0.445	-0.32	0.47
資本金	0.882	0.258	0.133
人口集中地区人口	0.964	-0.167	-0.128
商業販売額	0.802	-0.321	0.183
輸出額	0.604	0.662	-0.211

商業地平均地価	0.647	-0.278	0.109
新規開業数	0.935	-0.25	0.041
公設試験研究機関職員数	0.369	0.023	0.686
出荷額	0.641	0.729	0.001
製造業従業者数	0.924	0.232	-0.073
生産性	0.074	0.846	0.089
人口密度	0.699	-0.088	-0.536
製造業事業所数	0.895	0.069	0.153

主成分1を見ると、ほとんどの指標において高い負荷量が出ている。これは基本的に、全て高めれば高くなるという規模の経済的な成分であるといえる。また主成分2を見ると、生産性を始めとし、出荷額、輸出額といった指標に高い負荷量が出ている。よって、主成分2は産業のパフォーマンス、つまり生産性ととらえる。

前述のように、結果から主成分1は全体的に因子負荷量が高いため、全体が上がればこの主成分の値も上がるというような性質を持っていることから『規模』を表すものであると考えられる。また主成分2は、生産性が高い値が出している。このことから『生産性』を表すものであると考えられる。

また、これら2つの主成分得点に注目し、各地域をプロットしたものが図9である。次の時系列分析の対象として、特徴的な値をとっている都市経済圏であり、かつ実際に特定産業の集積が見られる地域を5つ選出している。

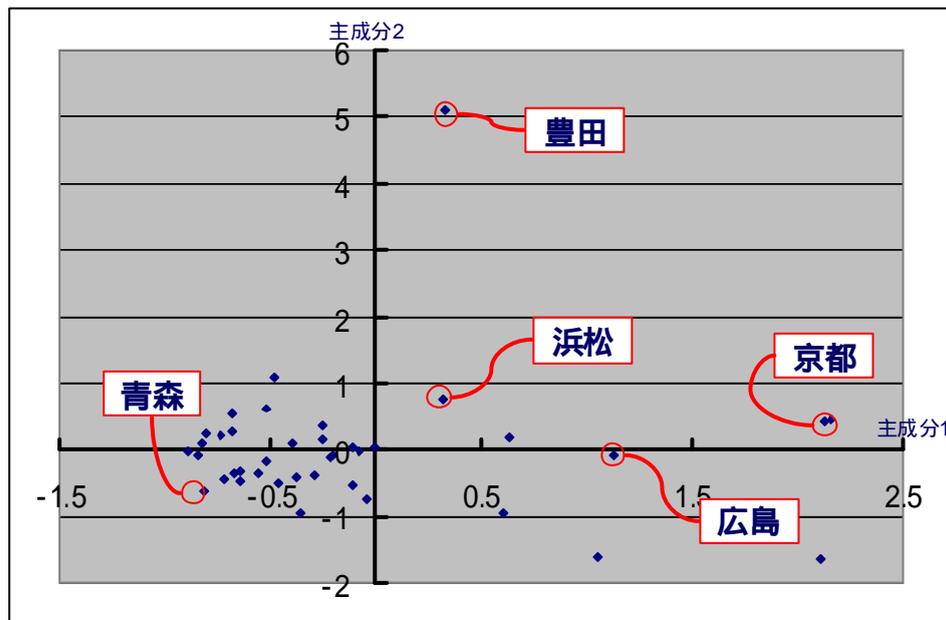


図9 主成分得点のプロット(東京・大阪・名古屋を除く)

今回は、主成分1、2ともに低い値をとっている青森市、主成分2で大きな値をとっている豊田市、また、それらの中間的な位置であり、また実際に高い業績を上げている企業が多数存在する浜松市、京都市、広島市を選出した。それぞれ産業集積は存在するが、これがクラスターと呼べる構造であるかの分析を、以下の分析で行うことになる。

5.2 時系列分析の結果

(浜松・京都)

次に、時系列分析の結果のうち、図 10に、まず浜松を示す。図中の四角は各指標を表し、矢印は分析により観察された指標間の因果関係を示す。各指標の定義は下に示す。

表 5 各指標の定義

指標	定義
情報	域内のインターチェンジ乗降車数および新幹線乗降者数
財政歳出	域内市町村の財政歳出(一般会計)の合計
GDP	域内で新たに生産された財やサービスの付加価値額合計
生産性	(域内市町村の製造業出荷額合計) / (域内市町村の製造業従業者数)
製造業従業者数	域内の製造業事業所における従業者数合計(経済産業省、工業統計調査)
製造業事業所数	域内の製造業事業所数合計(経済産業省、工業統計調査)
人口密度	域内人口 / 経済圏の面積

浜松経済圏では、産業力の指標である「域内上場企業資本金」と投入要素である「域外情報」が生産性に直接正の影響を持っており、産業力の要素である「製造業事業所数」、地域キャパシティの要素である「人口密度」が間接的に正の影響を持っている。また、京都についても類似の図が描かれる。従って、浜松・京都に関しては「生産性」に関する循環が多く存在し、それが高いGDPや雇用につながっていることから、クラスターの特性を備えていると考えることが出来る。

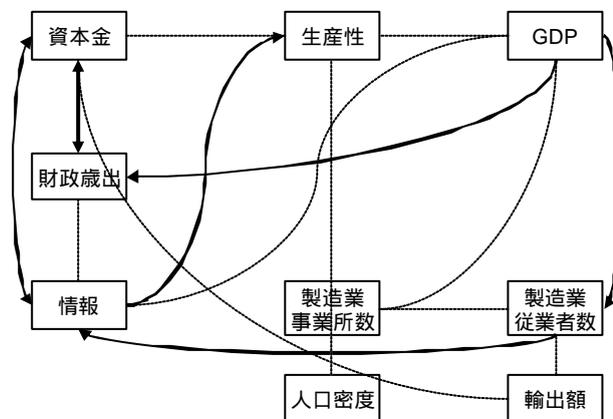


図 10 分析結果 浜松

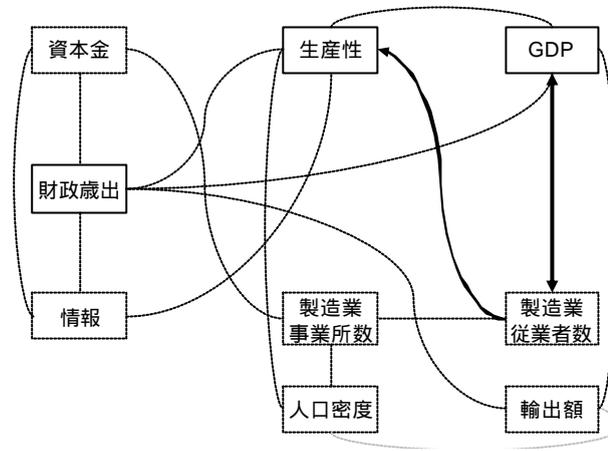


図 11 分析結果 京都

(豊田・広島)

次に図 12として豊田を示した。この経済圏では、生産性が高いインプット(人材)を惹き付けているものの生産性を中心とした循環が見られない。従って、非常に高い「生産性」がこの経済圏の特色ではあるものの、我々の考え方では、クラスタ-とは位置づけられないことになる。トヨタという多国籍企業を中核とした企業城下町の特徴を反映している。

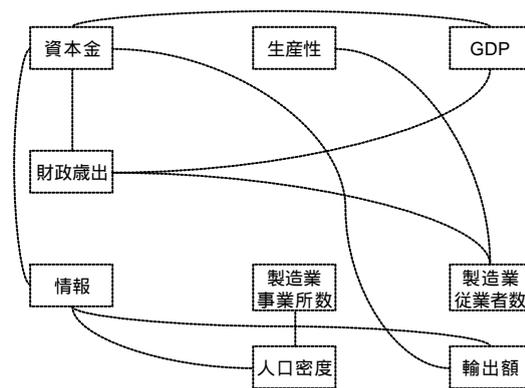


図 12 分析結果 豊田

次に、広島については、産業力の要素である「製造業事業所数」と地域キャパシテの要素である「人口密度」が生産性に正の影響を持っており、生産性が高いインプット(域外情報と人材)を惹き付けている循環がみられるが、生産性はGDPではなく高い輸出額につながっている。これは、輸出比率の高いマツダを中核とする企業城下町の構造を示したものと考えられる。マツダという単一の企業の経営パフォーマンスの悪化が、地域経済圏全体の低迷につながっている。

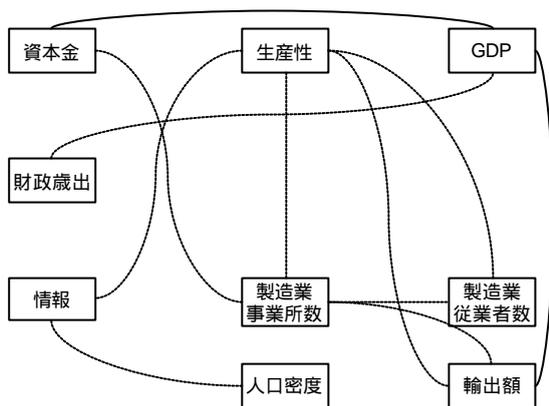


図 13 分析結果 広島

(青森)

最後に、青森の地域構造を図 14として示した。この経済圏では、域内の循環がほとんど見られない。地域クラスターとは、全く異なって、域内のつながりの薄い経済構造であることが明らかである。

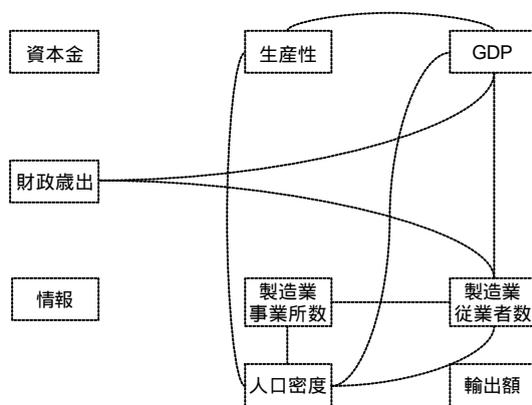


図 14 分析結果 青森

本分析は、52経済圏について、クラスターが形成されているかどうかからはじめ、主成分分析から、クラスター形成が進んでいると推定された、豊田市、浜松市、京都市と、明らかにクラスター形成が進んでいないと推定された青森市について、詳細分析を行った。さらに中間的な経済圏である広島市も取り上げた。

その結果を総括すると、クラスターの特性を持つと判定出来る地域が浜松と京都、企業城下町型の経済圏が豊田と広島、経済的に自立していない地方都市型が青森である。次に、これら5地域の30年間の生産性推移を見てみる。図 15は、1971年～1980年、1980年～1990年、1990年～2000年の10年ごとについて、1971年を基準とした生産性の推移を表したものである。これによると、どの地域も1990年までは生産性が上昇していたが、90年代に入り、クラスター型の浜松と京都は、生産性の上昇が続いているのに対し、地方都市型の青森は生産性上昇が止まり、城下町型の豊田と広島では生産性が低下していることがわかる。すなわち、90年代に入り、クラスター型の経済圏が次第に優位性を得ていることが示唆される。

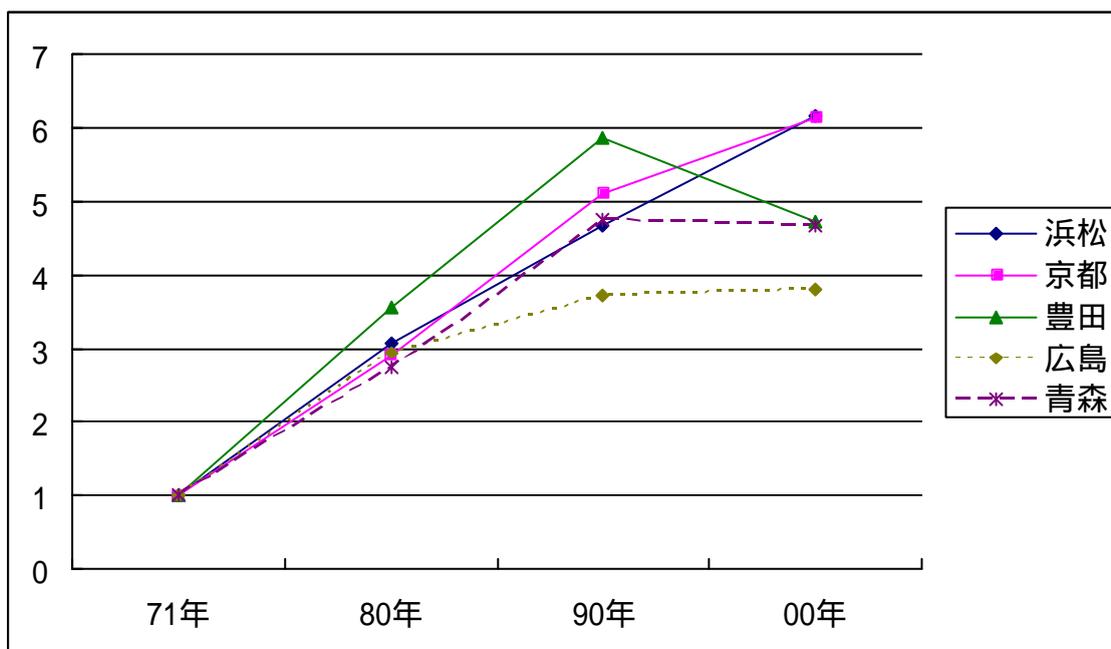


図 15 1970 年を基準とした生産性の推移

以上をまとめれば、我が国の地域経済圏の多くでは、地域クラスターへの構造転換がなされていないが、その中に少数、浜松、京都のようなクラスターの特性を備えた経済圏がみられると言える。

また、1990年代以降、城下町型と地方都市型に比べ、クラスター型の経済圏が生産性の上昇において次第に優位に立っている。

6. 産業競争力としてのクラスターの日米欧比較調査結果の分析

産業集積の形態は様々である。一時期もてはやされたシリコンバレーモデルは、水平分業を中心とし、類似業種の企業が常に出生と死滅を繰り返すことで全体として機能していたのに対し、日本型の産業集積では垂直方向につながることで機能を促進するという全く別の型の集積である。社会的、文化的コンテクストを考慮したとき、シリコンバレーモデルを日本の地域に適用し政策を進めることは不適當であり、日本においてはその独自のモデルを模索する必要があると言える。従って、本研究ではシリコンバレーの研究ではなく、それ以外の米国、そして欧州のクラスターに日本再生の正否を握る、クラスター形成のモデルを探求した。

まずここでは、以上調査してきた日米欧の、地域の集積の特徴に焦点をあて、分類を試み、各々のモデルにおけるイノベーションシステムとしてのクラスター特性について一考を加える。

(1) クラスター化を推進するイニシアティブ

地域経済のクラスター化推進を行っている機関で分類したとき、国家レベルが主な主体となり推進されたのが、タンペレ、ベルリンであり、地域レベルでなされたのがアクロン、ロチェスターである。オースティン、サクソニー、浜松はその中間、または両方にあたる。

中でも、オースティンはコズメツスキー氏という個人が国家政策を呼び寄せ、主体的にクラスター形成を主導した珍しいケースである。

(2) 大学の役割

大学が地域経済に果たす役割を見たとき、オースティン、タンペレ、ベルリン、サクソニーでは、技術シーズを生み出すのみならず、専門的リソースの供与、企業間および研究者とのネットワーク形成の拠点などといった様々な機能を大学が果たしていることがわかる。特に、タンペレ工科大学は大学のアイデンティティそのものが産業に貢献することであり、地域経済に大きな影響を与えている。

一方、アクロン、ロチェスター、浜松においては人材の地域への蓄積という点では依然貢献しているが、上記のような積極的に産業界に働きかけていく機能では劣ると言える。

大学が地域経済にもつ重要な意味は、

1) 大学が労働力を企業に提供し

2) 技術系企業は大学教育を受けた労働力の供給に依存する

ことであり、その依存関係のため企業は大学の近郊に所在する。もっとも企業の中

には、より高度なノウハウの取得を目的として他の都市の大学との連携を構築する場合もある。

(3)産業構造変革のプロセス

キーとなる主要産業の構造の変遷を見ると、アクロン、ロチェスター、浜松は地場に始まった大企業を頂点とする基盤産業が一度停滞し、危機意識を共有する地域内で新産業に基づくクラスター形成の試みがスタートしたというケースであり、いずれも現在変革の最中と考えられる。しかし、アクロン、浜松においては新キー産業における企業が出現を始めている。

オースティン、タンペレは、従来から存在していた産業、専門的人材に注目し、国家レベルのプロジェクトでその集積を加速したというケースである。サクソニーも同様であるが、大企業の研究開発拠点の設立がクラスター形成の契機となった点で異なっている。

(4)クラスター形成のキーイベント、リソース

各地域において、クラスター形成のきっかけとなったイベントとリソースを下にあげる。

オースティン	連邦政府の大型研究コンソーシアム誘致、テキサス大学の人材
タンペレ	タンペレ工科大学 (人材および大学の機能そのもの) 国家のセンターオブエクスパティーズ (COE)プログラム
サクソニー	2つの半導体大企業の研究開発拠点設立、電子工学専門家の蓄積
アクロン、ロチェスター、浜松	大学による人材の地域への蓄積 従来産業の空洞化への危機意識
ベルリン	連邦政府・州・市による強力な推進策

これらの地域の内、既に大きな成功を収めているのが、オースティン、タンペレであり、サクソニー、アクロン、ロチェスター、浜松は進行形である。

しかし、いずれの地域においても大学の果たす役割が非常に大きく、また産官学の連携がクラスター形成の鍵となっていることが伺える。特に浜松地域は中核となる企業が存在し、専門的人材を輩出する大学も併せ持ち、起業家精神も旺盛であることから、クラスター形成への可能性は極めて高いと言える。

以上を踏まえると、日米欧の比較分析結果は次のように要約される。

日本

ヒアリング調査、統計分析の結果をクラスター理論、イノベティブミリュー理論に

照らし合わせれば、クラスターへの発展のポテンシャルを持ち合わせた地域は日本にも存在すると言える。政策としてクラスター化を促進する価値は充分にあるが、大学の貢献、企業間連携、産学連携の現状は未だ不十分である。

米国

オースティンの例は大学の役割と政策としてのクラスター促進が成功した典型的なケースである。大企業の研究所を誘致することで、地域への先端技術の集積を急速に進め、その結果として専門的人材を集めることへとつながっている。また、大学が地域内の企業、人材、資本をネットワーク化するインフラとして機能し、クラスター化を一気に推し進めることとなっている。

アクロンとロチェスターに関しては、従来の大企業を基盤とした産業が空洞化の兆しを見せ、危機意識を抱いた地域が新産業を元にクラスター化を進めているという点において、浜松と類似の状態にある。また、この2地域のケースは、大企業が整理・撤退した事業所が多数存在する地域の生き残り方を示唆しており、より柔軟な一企業として再生し、互いに連携することでクラスター型の地域経済へと発展する可能性を見ることができる。

欧州

タンペレのケースは、産業発展への貢献をアイデンティティとして持つ、新しい工科大学のあり方を示唆している。大学が地域の企業、人材、資金のネットワーク化のインフラとして機能している点では、オースティン大学と類似している。このような大学は、高度な情報、技術、資金を流動化する役割を果たし、その結果として地域の生産性を大幅に向上することに貢献していると考えられる。

日米欧の比較検討

日米欧の比較をしたとき、日本において特に顕著であるのは、大学がネットワーキングの場として機能していない、若しくはその機能が弱いという点が挙げられる。また、東京一極集中という特異な経済構造のために、高度な研究開発機能を持った中小企業が地方に少ないということ、さらに高度な専門性を持った人材が地方へと蓄積されにくいことである。大学のひとつの間接的な役割は、人材を集めることにあり、高度な教育を受けた人材を地域内へと集積させることにある。オースティンやタンペレのケースにおいては、大学がネットワーキングの場、人材の集積という二つの役割を大きく果たしていることがわかる。

以上を踏まえれば、今、日本の競争力強化への鍵は、大学のイノベーションプラットフォーム化、地域内の企業、技術者の技術高度化と研究開発支援、クラスター化を支援する専門家、人材の地域への集積にあると言える。

7. クラスター形成に基づいた産業活性化のあり方への提言

以上の日米欧比較調査結果を踏まえ、日本のクラスター形成をベースにした、産業活性化のあり方を以下、提言する。

(1)プラットフォームとしての大学の役割

成功した産業クラスターにおいては、テキサス大学やタンペレ工科大学のように大学がその発展に多様な形で貢献している。例えば、起業家や研究者などの高等教育機能、地域企業にも役立つ先端的な研究の実施、特許のライセンス、産学共同研究、教官や学生のスピンのオフを通じた技術の移転機能、インキュベータやテクノロジーパークの運営や大学施設の開放による起業家育成機能である。全米公立大学協会(NASULGC)が2001年にまとめた調査から定量的にみると、調査対象の96大学のうち65%は、リサーチパーク又はインキュベータの運営に関与している。大学の技術シーズや人材を元に創出された企業は、1大学あたり過去5年で平均11社、創出した雇用は過去5年で平均727名にのぼるとの結果が出ている。

我が国でも、産学連携に対する機運の高まりや国立大学の独立行政法人化を受けて、大学によるローカルイノベーションシステムへの貢献の動きが広がっている。日本新事業支援機関協議会(JANBO)が2001年末に行った調査によると、調査対象170大学のうち、61%が産学連携の専門窓口を設置し、68%が技術移転を実施、57%が起業家教育を実施していた。

今後、こうした動きを加速していくためには、制度上も実態上も、大学及び大学の教官や大学と提携するインキュベータ等の機関、企業が活動しやすい環境を構築していく必要がある。具体的には、国有財産(国立大学の土地、施設)を産学連携のためにより利用しやすくすること、産学連携に関する明確なルールの策定と普及、大学内や隣接地への産学共同研究センター、テクノロジーパーク及びインキュベータの設置、経営幹部や起業家が夜間通うことによって水準の高い専門知識を習得出来るようなスクールや専門講座の増設、エクステンション・スクールの拡充などである。こうしたことが実現すれば、我が国においても、大学がクラスター形成の原動力としてより大きな役割を果たすことが期待できる。

(2)中小企業の研究開発支援強化

地域クラスターにおいて、世界的な競争力を持った新事業が、付加価値の低下した事業の海外移転を上回るスピードで次々と興り、地域が活力を維持してゆくための鍵は、技術力の向上にある。

先にも述べたように、技術開発の成果は、地域に産学官の社会的なネットワークが存在するかどうかによって大きく左右される。ネットワークの存在は、技術開発やその

成果の事業化の成功確率を高めることが出来る。従って、まずは、そうしたネットワークの発達を促し、そうした中で、中小・中堅企業も先端的な技術開発に取り組めるような環境を作ることが重要である。具体的なネットワークの形成方策としては、産学官が集まるネットワーク、イベントの開催、共同研究開発、専門人材育成など産学官が合同で取り組む課題を担う機関（マイケル・ポーターの提起する“クラスター機関”）の設立、産学官の間の連絡のコーディネーターにあたる専門家の配置が挙げられる。

次に、リスクの高い先端的な技術開発に対するファイナンスの問題である。実用化を睨んだ技術開発に対する助成策としては、アメリカの先端技術プログラム(ATP)が著名であるが、我が国でも、地域金融機関の資金仲介機能が低下し、リスクマネー調達のハードルが高まるなか、中小・中堅企業の技術開発やそれらを含む産学官の共同研究事業体に対し、競争的に配分される研究開発資金の補助などの大幅な拡充が必要である。

(3)地域クラスター形成に携わる専門人材の育成

地域クラスターの形成のために、社会的なネットワークの形成、インキュベーション、技術移転、共同研究開発、人材開発等の非営利機関の活動などが必要となるが、このためには、起業家育成、ベンチャーキャピタルと起業家をつなぐキャタリスト、技術管理、共同研究マネージメント、非営利機関運営などの専門人材が多数生まれ、活躍出来るような環境づくりが必要である。このために、まず重要なことは、こうした専門性（プロフェッショナルリティ）に対する地域社会の評価を高めることである。社会的な評価無くして、優秀な人材をこの分野に惹き付けることは困難である。次に、必要な専門性を身につけ又は向上させられるような自己研鑽の機会を大幅に増やすことが必要である。大学院の社会人教育の中に専門的なプログラムを設けていくことが望まれる。また、アメリカのNBIAや大学技術管理者協会（AUTM）のような専門家のコミュニティを形成していくことも効果的であると考えられる。最後に、人材が不足しがちな地方部については、その地域の大学を卒業し大都市圏で様々な経験を積み、人的なネットワークを作り上げた人材が回帰出来るような環境づくりが期待される。まさに、川で生まれ海に出た後、故郷の川にもどるサーモンのような、人材に関する“サーモン・サイクル”を加速することが重要である。

8. 参考資料

主成分分析の理論の概説

主成分分析とは、多数の変量についての統計データが与えられたとき、それらの一次結合で表現される新たな変量を構成し、最終的には、観測結果を元の変量の個数よりも少ない個数の変量の動きにまとめあげようというものである。この考え方は、問題にしている多変量が、例えばスポーツ種目のスコアや、企業の業績を表す諸指標など、互いの中に同質性があると思われるような変量である場合に、特に有効となる。

ある程度同質性があると思われる二つの変量を両軸にとって、サンプルの散布図を描けば、必ずしも45度方向とは限らなくとも、傾向として、左下から右上へ向かう何らかの線に沿った並び方が見出されるのが一般的である。

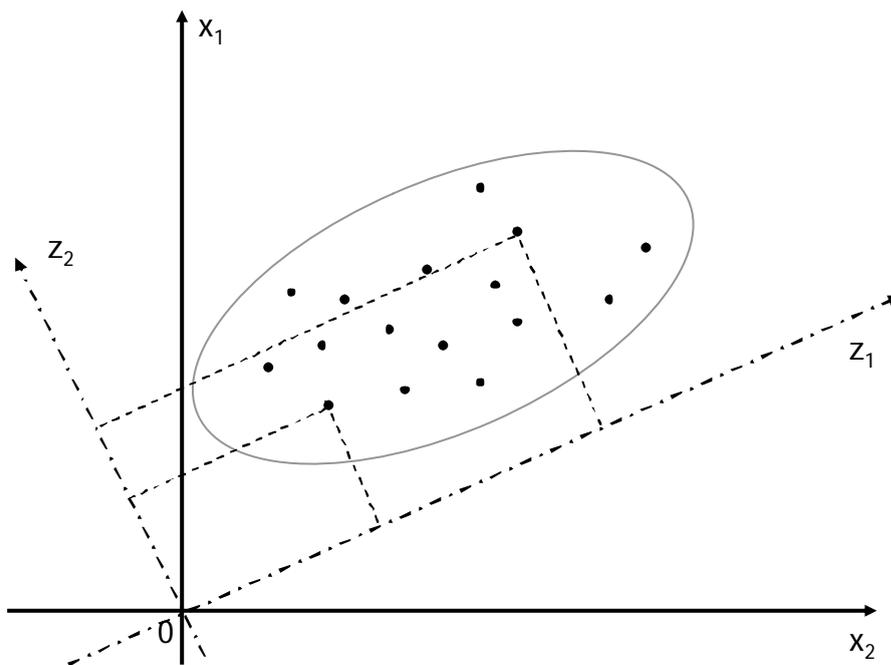


図 16 z軸の概念

その散布図を仮に楕円と考えた場合、その長径に平行な方向と垂直な方向に新たな座標軸をとって、個々の点の座標をこの座標系で読むことにすれば、長径方向の座標は、例えば学力では、総合学力、スポーツでは総合スポーツ能力などの総合力としての指標といえることになる。

主成分分析における合成変量はこの長径方向、短径方向の座標などに相当する数量として構成されている。

ある2次元の変量 x_1 と x_2 を仮定した場合,

$$z = a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (1)$$

によって合成変量を定義し, 係数について

$$a_1^2 + a_2^2 = 1 \quad (2)$$

という制約を課している。

ここで,

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

というベクトルを考えた場合, このベクトルは原点を通過して横軸となす角が q であるような直線 l の方向ベクトルである単位ベクトルとなる。

ここで, 楕円の長径方向に当たるような z_1 軸を求める, すなわちベクトル a を求めるにはどうすればよいのか。

このために, まず観測地を x_{1i}, x_{2i} ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) として, それらを(1)式に当てはめ

たときに得られる値を z_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) とする。

その z_i 全体について分散を求めそれが最大になるような a_1, a_2 を求めれば, 長径の方向が求められる。合成変量 z の分散は

$$\text{Var}(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \quad \text{すなわち,}$$

$$\text{Var}(z) = a_1^2 v_{11} + 2a_1 a_2 v_{12} + a_2^2 v_{22} \quad (4)$$

となる。ここで,

$$v_{11} = \text{Var}(x_1)$$

$$v_{12} = \text{Cov}(x_1, x_2)$$

$$v_{22} = \text{Var}(x_2)$$

とする。これを(2)式のもとで, 最大化するような a_1, a_2 を求めればよい。この制約条件付き極値問題にはラグランジュ乗数法が利用されている。ここでは詳細な式を省くが, 結果として,

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}, a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

とおくことによって

$$Va = a \quad (5)$$

が導かれる。ここで行列 V は変量 x_1 と x_2 の分散共分散行列と呼ばれている。(5)式

は行列 V の固有値 λ と固有ベクトル a を求める問題に他ならないので、合成変量の分散を最大化する問題は、結局対称行列の固有値を求め、正規化された固有ベクトルを求める問題に帰着する。

固有ベクトルは複数算出されるが、楕円の長径方向を求めるには分散を最大にするような射影軸を求めればよいので、固有方程式の根のうち、大きいほうを λ_1 として λ_1 に属する正規化された固有ベクトル

$$a_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \quad (a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1) \quad (6)$$

の方向を射影軸とすればよい。この係数ベクトルによってウェイトづけされた合成変量

$$z_1 = a_{11}x_1 + a_{21}x_2 \quad (7)$$

のことを第1主成分と呼ぶ。また、この式に個々の観測値を当てはめたときに得られる z_1 の値を第1主成分に関する主成分得点という。

一方で、小さい方の固有値を λ_2 とすると、 λ_2 に属する正規化された固有ベクトル

$$a_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix} \quad (a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1) \quad (8)$$

を用いて第2主成分

$$z_2 = a_{12}x_1 + a_{22}x_2 \quad (9)$$

を求めることができる。

これを一般化し複数個の変数を用いても同様のことが当てはまる。

以上のことから分かるように、主成分分析とは分散共分散行列のスペクトル分解にある特定の解釈を施すことに他ならないが、近年ではスペクトル分解の対象として、相関係数行列の方がよいと主張されるようになってきている。

これはもともとの変量が例えば、重さ、長さなどそもそも次元の全く違うものであった場合、変量が標準化されていないと寄与率に変化が現れてしまうためである。

対称の行列を

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

としてスペクトル分解を行う主成分分析は「相関係数行列による主成分分析」呼ばれている。

本研究の分析においても、単位が全く違うため、相関係数行列を用いた主成分分析を行った。

偏相関の理論の概説

偏相関係数とは、目的変数 Y と説明変数 X_2, X_3 を考えた場合、他の変数の影響を取り除いた純粋な Y と X_j の相関の程度を表す尺度である。

ここで

$r_{12} = Y$ と X_2 の相関係数

$r_{13} = Y$ と X_3 の相関係数

$r_{23} = X_2$ と X_3 の相関係数

と表す。また、

$w = Y$ からの X_3 の線形の影響を除去した変数

= Y の X_3 への線形回帰を行ったときの残差

$$= Y - \hat{Y}, \hat{Y} = a_0 + a_1 X_3$$

$v = X_2$ からの X_3 の線形の影響を除去した変数

= X_2 の X_3 への線形回帰を行ったときの残差

$$= X_2 - \hat{X}_2, \hat{X}_2 = b_0 + b_1 X_3$$

とする。

このとき、 X_3 を固定したときの Y と X_2 の偏相関係数 $r_{12.3}$ とはすなわち w と v の相関係数のことであり、それは以下の式で求められる。

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1-r_{13}^2)(1-r_{23}^2)}} \dots\dots(1)$$

(1)式は以下のことを示している。

$$r_{12.3} \neq r_{12}$$

r_{12} は Y と X_2 の2変数のみを考えており、その他の変数のことは何も考慮していない。これに対して $r_{12.3}$ は Y 及び X_2 からそれぞれ X_3 の線形の影響を除去した後で、 Y

と X_2 の間にどれだけ相関があるかを示そうとしている。

$$r_{13} = r_{23} = 0 \text{ のときに限り } r_{12 \cdot 3} = r_{12}$$

これは式から明らかではあるが、偏相関係数の意味に戻って考えれば当然の結果である。 $r_{13} = r_{23} = 0$ であれば、 w と v の相関係数はこのとき Y と X_2 の相関係数になる。

$$r_{12} > 0 \text{ であっても } r_{12} - r_{13}r_{23} < 0 \text{ ならば } r_{12 \cdot 3} < 0$$

例えば $r_{12} = 0.80$ であっても $r_{13} = 0.96$ 、 $r_{23} = 0.90$ ならば、 $r_{12 \cdot 3} = -0.524$ となる。 Y と X_2 という変数だけを考え、 $r_{12} = 0.80$ より、 X_2 が増えると、 Y が増えるという判断では、 Y 及び X_2 と非常に高い相関で推移してきた X_3 のことが、考慮されていないことになり間違いとなる。 X_3 の線形関数で説明できる部分を Y 及び X_2 から除去すると、 Y と X_2 の相関係数は負になる。

偏相関係数は4変数以上の変数間の相関にも適用することができる。例えば、4個の変数 Y 、 X_2 、 X_3 、 X_4 がある場合、偏相関係数 $r_{12 \cdot 34}$ とは、 Y 及び X_2 からそれぞれ X_3 と X_4 の1次の線形の影響を除去した後の相関を示す。